

## ● E-Phase - verbindliche Themen

### **Funktionen und ihre Darstellung**

- Funktionsbegriff, Definitionsmenge, Wertemenge
- Wertetabelle und grafische Darstellung von Funktionen
- Symmetrie von Funktionsgraphen
- Verschiebung und Streckung von Funktionsgraphen in x- und y-Richtung
- Bestimmung von Achsenschnittpunkten (grafisch und rechnerisch)
- Schnittpunkte zweier Funktionsgraphen bestimmen (grafisch und rechnerisch)

Behandelte Funktionen: Lineare Funktionen, quadratische Funktionen, ganzrationale Funktionen höheren Grades.

### **Einführung des Ableitungsbegriffs**

- Übergang vom Differenzenquotienten zum Differenzialquotienten mit Hilfe von Grenzwertbildung
- Bedeutung der Ableitung als lokale Änderungsrate und als Tangentensteigung
- Bedeutung der Sekantensteigung als durchschnittliche Änderungsrate
- Bestimmung von durchschnittlicher- und lokaler Änderungsrate im Sachzusammenhang
- Grafisches Ableiten
- Begründete Zuordnung des Graphen einer Ableitung zum Graphen einer Funktion und umgekehrt

### **Anwendung des Ableitungsbegriffs**

- Funktionsuntersuchung bei ganzrationalen Funktionen
  - Monotonie- und Krümmungsverhalten
  - Notwendige und hinreichende Bedingung zur Bestimmung von Extrem- und Wendestellen
  - Lösen von Polynomgleichungen durch Ausklammern, Substitution und mit Hilfe des Taschenrechners (keine Polynomdivision erforderlich)
- Rekonstruktion von ganzrationalen Funktionen anhand gegebener Eigenschaften
- Modellieren von ganzrationalen Funktionen im Sachzusammenhang
- Extremalprobleme

## ● E-Phase - verbindliche Themen

### Exponentialfunktionen

- Charakteristische Eigenschaften exponentieller Wachstums- und Zerfallsprozesse
- Bedeutung der Parameter in der Funktionsgleichung der Form  $f(x) = a \cdot b^x + c$
- Halbwert- und Verdopplungszeit
- Aufstellen von Exponentialfunktionen anhand gegebener Daten
- Vergleich zu linearen und quadratischen Funktionen
- Die natürliche Exponentialfunktion  $f(x) = e^x$
- Algebraisches Lösen von Exponentialgleichungen (Logarithmengesetze nicht erforderlich)
- Lösen von Exponentialgleichungen mithilfe des Taschenrechners

### Trigonometrische Funktionen

- Bogenmaß
- sin und cos als Funktion
- Bedeutung der Parameter in der Funktionsgleichung der Form

$$f(x) = a \cdot \sin(b \cdot (x - c)) + d$$

$$f(x) = a \cdot \cos(b \cdot (x - c)) + d$$

- Lösen trigonometrischer Gleichungen mithilfe des Taschenrechners. Das Lösen durch Termumformung ist nicht erforderlich.
- Modellieren von Realsituationen durch eine sin und cos Funktion
- Vergleich mit ganzrationalen Funktionen
- Ableitung der Sinus- und Kosinusfunktion

### Weitere Ableitungsregeln (kann auch in Q1 behandelt werden)

- Produkt- und Kettenregel mit ganzrationalen Funktionen, Exponentialfunktionen, Sinus- und Kosinusfunktion

## **● E-Phase - optionale Themen**

### **Weitere Verfahren zum Lösen von Gleichungen**

- Polynomdivision
- Numerische Lösungsverfahren (Bisektionsverfahren, Newton-Verfahren, Regula-falsi)

### **Folgen und Reihen**

- Untersuchung arithmetischer und geometrischer Folgen sowie Nullfolgen
- Konvergenz und Divergenz Begründen
- Grenzwert einer Folge (Grenzwertsätze)
- Untersuchung arithmetischer und geometrischer Reihen sowie deren Grenzwerte

## ● Q1 Leistungskurs - verbindliche Themen

### Einführung in die Integralrechnung

- Rekonstruktion des Bestands anhand der Änderungsrate und des Anfangsbestands in Sachzusammenhängen (Bestand als Fläche unter einem Graphen)
- Fläche unter einem Funktionsgraphen mithilfe von Ober- und Untersumme
- Übergang der Ober- und Untersumme zum bestimmten Integral durch Grenzwertbildung
- Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung: Beziehung zwischen Differenzieren, Integrieren, Stammfunktion
- Zusammenhang zwischen Funktion und Stammfunktion
- Integrationsregeln für ganzrationale Funktionen, integrieren von  $f(x) = e^x$ ,  $\sin$  und  $\cos$

### Anwendung der Integralrechnung

- Berechnung von Flächen, die von einem oder mehreren Funktionsgraphen begrenzt sind (auch im Sachzusammenhang)
- Bestimmtes Integral als rekonstruierter Bestand: Anwenden des Integrals für Berechnungen in Sachzusammenhängen
- Volumen von Rotationskörpern
- Modellieren realer Gegenstände zur Volumenbestimmung
- Uneigentliche Integrale: Untersuchen unendlich ausgedehnter Flächen

### Vertiefung der Differenzial- und Integralrechnung

- Anwendungen mit ganzrationalen Funktionen, Exponentialfunktionen und trigonometrischen Funktionen
- Grenzwerte von Funktionen
- Integrieren von e-Funktionen, die mit ganzrationalen Funktionen verknüpft sind (lineare Substitution, Nachweis der Stammfunktion durch Ableiten, Ermitteln der Stammfunktion durch Formansatz mit Koeffizientenvergleich)
- Modellieren begrenzter und logistischer Wachstumsprozesse unter Einbeziehung experimenteller Daten
- Die natürliche Logarithmusfunktion  $f(x) = \ln(x)$
- Beschreiben und Darstellen der natürlichen Logarithmusfunktion und ihrer Eigenschaften als Beispiel einer Umkehrfunktion
- Die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion von  $\frac{1}{x}$
- Approximation von Funktionen: Lokale Linearisierung mithilfe der Ableitung

## **● Q1 Leistungskurs - wechselnde Themen**

Eines der folgenden Themen wird jedes Jahr vom Kultusministerium Hessen für das Abitur ausgewählt.

### **Funktionenscharen (Thema für 2023)**

- Untersuchung von Funktionenscharen
- Integration von Funktionenscharen
- Bedeutung des Parameters für den Graphen
- Untersuchen und integrieren von Funktionenscharen, bei denen e-Funktionen mit ganzrationalen Funktionen verknüpft sind
- Bestimmen der Ortskurven von Extrem- und Wendepunkten

### **Approximation (nicht relevant für 2023)**

- Interpolation durch ganzrationale Funktionen
- Lineare Regression
- Methode der kleinsten Quadrate
- Vergleich verschiedener Ausgleichskurven als mathematische Modelle für gegebene Daten
- Quadratische und exponentielle Regression
- Beurteilen der Passgenauigkeit

### **Weitere Anwendung der Integralrechnung (nicht relevant für 2023)**

- Berechnen der Bogenlänge einer Kurve
- Näherungsweise Berechnen von Integralen und Beurteilen der Genauigkeit: Sehnenregel, Trapezregel, Keplersche Fassregel

## **Q2 Leistungskurs - verbindliche Themen**

### **Lineare Gleichungssysteme (LGS)**

- Systematisches Lösen von LGS mithilfe eines algorithmischen Verfahrens (meistens Gaußverfahren)
- Lösen von LGS mithilfe des Taschenrechners
- Über- und Unterbestimmte LGS
- Darstellen von LGS mithilfe von Koeffizientenmatrizen
- Außermathematische Fragestellungen, die auf LGS führen (beispielsweise Ströme in Netzwerken, Mischungsprobleme)
- Geometrische Interpretation von Lösungsmengen

### **Orientieren und Bewegen im Raum**

- Darstellung räumlicher Objekte im dreidimensionalen Koordinatensystem
- Beschreibung von Verschiebungen im Raum mit Hilfe von Vektoren
- Ortsvektor eines Punktes
- Rechnen mit Vektoren
- Kollinearität zweier Vektoren
- Betrag eines Vektors, Abstand zweier Punkte im Raum
- Definition des Skalarprodukts
- Untersuchung der Orthogonalität von Vektoren
- Bestimmung des Winkels zwischen zwei Vektoren
- Untersuchung einfacher geometrischer Figuren und Körper (Seitenlänge, Parallelität, Orthogonalität, Winkelgrößen)

### **Geraden und Ebenen im Raum**

- Parametergleichung einer Geraden
- Parametergleichung einer Ebene
- Punktprobe (liegt ein Punkt auf einer Geraden oder Ebene?)
- Lagebeziehung von Geraden (identisch, parallel, Schnittpunkt, windschief)
- Lagebeziehung von Gerade und Ebene mithilfe der Parametergleichungen (parallel, Gerade in der Ebene liegend, Durchstoßpunkt)
- Schnittwinkel von Geraden
- Untersuchung geometrischer Objekte im Raum (z. B. Volumen und Oberfläche einer Pyramide)
- Untersuchung geradliniger Bewegungen (z. B. Strecke und Geschwindigkeit eines Helikopters)
- Untersuchung von Schattenwürfen (z. B. Schattenpunkt auf einem Dach bestimmen)
- Koordinaten- und Normalenform einer Ebene, Umwandlung der Darstellungsformen ineinander
- Vektorprodukt und Normalenvektor
- Untersuchung der Lagebeziehungen von Gerade und Ebene mithilfe der Koordinatengleichung einer Ebene, Ermittlung von Durchstoßpunkten
- Lagebeziehung zweier Ebenen, Bestimmung von Schnittgeraden
- Lotfußpunktverfahren für die Abstandsbestimmung von Punkt und Ebene, Gerade und Ebene, Ebene und Ebene

## **● Q2 Leistungskurs - wechselnde Themen**

Eines der folgenden Themen wird jedes Jahr vom Kultusministerium Hessen für das Abitur ausgewählt.

### **Matrizen zur Beschreibung von Übergangsprozessen (nicht relevant für 2023)**

- Beschreiben von Übergangsprozessen (z.B. Populationsentwicklung, Wählerverhalten oder Kundenströme) mithilfe von Matrizen
- Skalare Multiplikation von Matrizen
- Matrix-Vektor-Multiplikation
- Matrizenmultiplikation
- Bestimmung inverser Matrizen mithilfe des Taschenrechners
- Markov-Ketten: Modellieren von Übergangsprozessen mit Matrizen, schrittweises Berechnen von Zuständen, Bestimmen stabiler Zustände mithilfe von Fixvektoren
- Langfristige Entwicklung von Übergangsprozessen: Nutzen von Potenzen von Matrizen, Grenzprozesse und Interpretieren von Grenzmatrizen

### **Matrizen zur Beschreibung linearer Abbildungen (nicht relevant für 2023)**

- Beschreiben von geometrischen Abbildungen (z. B. Schattenwürfe) mit Hilfe von Matrizen
- Skalare Multiplikation von Matrizen
- Matrix-Vektor-Multiplikation
- Matrizenmultiplikation
- Bestimmung inverser Matrizen mithilfe des Taschenrechners
- Bestimmen von Bildpunkten bei beliebigen Abbildungsmatrizen
- Untersuchen und Bestimmen von Abbildungsmatrizen bei folgenden Abbildungen:
  - Orthogonale Spiegelung an den Koordinatenebenen
  - Parallelprojektionen auf die Koordinatenebenen
  - zentrische Streckungen am Koordinatenursprung
  - Drehung um die Koordinatenachsen
  - Parallelprojektionen auf beliebige Ursprungsebenen
  - Bestimmung von Fixpunkten
- Verknüpfungen der oben genannten Abbildungen

## **Q3 Leistungskurs - verbindliche Themen**

### **Grundlegende Begriffe der Stochastik**

- Beschreiben von Zufallsexperimenten (Laplace-Experimente) unter Verwendung der Begriffe Ergebnis, Ergebnismenge, Ereignis und Wahrscheinlichkeit
- Absolute und relative Häufigkeit und grafische Darstellung
- Das empirische Gesetz der großen Zahlen
- Vergleich von statistischem und laplaceschem Wahrscheinlichkeitsbegriff
- Beurteilung von Daten mithilfe von arithmetischem Mittelwert, empirischer Varianz und Standardabweichung
- Baumdiagramm und Pfadregeln

### **Berechnung von Wahrscheinlichkeiten**

- Beschreiben und Erkennen von bedingten Wahrscheinlichkeiten in verschiedenen Sachzusammenhängen
- Darstellen und Berechnen von bedingten Wahrscheinlichkeiten mithilfe von Baumdiagramm und Vierfeldertafel
- Überprüfung von Ereignissen auf Abhängigkeit oder Unabhängigkeit
- Bestimmung von Laplace-Wahrscheinlichkeiten mithilfe der Kombinatorik (geordnete Stichproben mit / ohne Zurücklegen, ungeordnete Stichproben ohne Zurücklegen), Binomialkoeffizient

### **Wahrscheinlichkeitsverteilungen**

- Der Begriff der Zufallsgröße und der Wahrscheinlichkeitsverteilung
- Grafische Darstellung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen durch Histogramme
- Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung
- Untersuchung einfacher Glücksspiele
- Bernoulli-Kette und Angabe der Kenngrößen
- Berechnung von Bernoulli-Ketten in verschiedenen Sachzusammenhängen
- Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung bei Binomialverteilten Zufallsgrößen
- Eigenschaften von Binomialverteilungen anhand der Analyse von Histogrammen
- Kumulierte Binomialverteilung und ihre Berechnung mit Hilfe des Taschenrechners
- Inverse Fragestellung zur Binomialverteilung (größtmöglichstes  $k$  bestimmen)
- Normalverteilte Zufallsgrößen
  - Dichtefunktion der Normalverteilung
  - Abgrenzen gegenüber diskreten Zufallsgrößen
  - Zuordnen der Glockenform als Eigenschaft der Graphen
  - Erwartungswert und Standardabweichung
  - Berechnen von Wahrscheinlichkeiten normalverteilter Zufallsgrößen in verschiedenen Sachzusammenhängen mithilfe des Taschenrechners

### **Nicht relevant für 2023**

- Normalverteilung als Näherung der Binomialverteilung: Idee der Annäherung der Histogramme binomialverteilter Zufallsgrößen an Glockenkurven bei großer Standardabweichung



## **● Q3 Leistungskurs - wechselnde Themen**

Eines der folgenden Themen wird jedes Jahr vom Kultusministerium Hessen für das Abitur ausgewählt.

### **Hypothesentest für binomialverteilte Zufallsgrößen (Thema für 2023)**

- Alternativtest
- Einseitiger Hypothesentest (Signifikanztest)
- Hypothesen und Verwerfungsbereiche
- Entscheidungsregel
- Fehler erster / zweiter Art
- Berechnung von Irrtumswahrscheinlichkeiten mithilfe des Taschenrechners
- Entwickeln von einseitigen Hypothesentests: Festlegen von Hypothesen und Ermittlung von Entscheidungsregeln bei vorgegebenem Signifikanzniveau

### **Nicht relevant für 2023**

- Entwickeln zweiseitiger Hypothesentests

### **Prognose- und Konfidenzintervalle für binomialverteilte Zufallsgrößen (nicht relevant für 2023)**

- Sigma-Regeln anhand konkreter Binomialverteilungen
- Prognoseintervalle für relative Häufigkeiten
- Schließen von der Grundgesamtheit auf die Stichprobe
- Bestimmen von Prognoseintervallen in verschiedenen Sachzusammenhängen
- Konfidenzintervalle für Wahrscheinlichkeiten
- Bestimmen von Konfidenzintervallen in verschiedenen Sachzusammenhängen
- Konfidenzniveau
- Schätzen von Stichprobenumfängen anhand vorgegebener Konfidenzniveaus